**KHOÁ HỌC: THUẬT TOÁN CHUYÊN SÂU – SAMSUNG PTIT – HÈ 2025**

**Buổi 11. LUYỆN TẬP QUY HOẠCH ĐỘNG TRÊN CÂY, CHỮ SỐ**

\*\*\*

Thứ 7, ngày 30 tháng 08 năm 2025

**Giảng viên:** TS. Đỗ Đức Đông – Trường Đại học Công nghệ - Đại học Quốc gia Hà Nội

\*\*\*

**ĐỀ BÀI**

**BÀI 1. CÔNG VIỆC**

Cho n công việc, một số công việc chỉ được thực hiện khi một số công việc khác đã được thực hiện xong. Khi thực hiện, một công việc phải làm trong một ngày, mỗi ngày không được làm quá công m việc. Tính số ngày ít nhất để thực hiện xong n công việc

**Input**

* Dòng đầu chứa 2 số n và m
* n dòng tiếp theo, dòng thứ i có xi + 1 số có dạng như sau:
* Số đầu tiên của mỗi dòng chính là số công việc phải làm xong trước khi làm việc thứ i
* xi số tiếp theo thể hiện số thứ tự của các công việc phải được thực hiện trước khi làm việc thứ i

**Output**

* Ghi ra một số nguyên duy nhất là số ngày ít nhất để làm hết n công việc
* Nếu không có cách nào làm hết n công việc, ghi -1.

**Ví dụ**

|  |  |
| --- | --- |
| **Input** | **Output** |
| 3 2  2 2 3  0  0 | 2 |

**Giải thích test:**

* Có 3 việc, mỗi ngày được làm tối đa 2 việc
* Có 2 công việc phải được làm xong thì mới được làm việc 1: Đó là việc số 2 và việc số 3
* Không cần hoàn thành công việc nào trước công việc 2
* Không cần hoàn thành công việc nào trước công việc 3

***Phương án tối ưu:***

* Ngày đầu tiên làm luôn việc số 2 và 3, do 2 việc này không ràng buộc gì cả.
* Sau Ngày 1, việc 2 và 3 đã làm xong. Việc 1 đủ điều kiện để làm, làm nốt việc 1.

**Subtask**

* **Subtask 1:** n ≤ m ≤ 100;
* **Subtask 2:** m ≤ n ≤ 15.

**BÀI 2. OLIUSPLIT**

Cho một đồ thị có dạng cây n gồm đỉnh, đỉnh thứ có i (1 ≤ i ≤ n) trọng số wi. Với một số nguyên k, Oliu muốn chia cây thành k vùng liên thông để phần có tổng trọng số nhỏ nhất là lớn nhất.

**Input**

* Dòng đầu chứa hai số nguyên n, k (1 ≤ k ≤ n ≤ 106)
* Dòng thứ hai chứa n số nguyên w1, w2, …, wn (wi ≤ 106)
* Tiếp theo là n – 1 dòng, mỗi dòng chứa hai số u và v mô tả một cạnh của cây.

**Output**. Một số nguyên duy nhất là giá trị lớn nhất của phần có tổng trọng số nhỏ nhất

**Ví dụ**

|  |  |
| --- | --- |
| **Input** | **Output** |
| 4 2  1 2 3 4  1 2  2 3  3 4 | 4 |

**Subtask**

* **Subtask 1:** n ≤ 10;
* **Subtask 2:** n ≤ 103;
* **Subtask 3:** n ≤ 105;
* **Subtask 4:** n ≤ 106;

**Giải thích**

|  |  |
| --- | --- |
| Cây ban đầu có 4 đỉnh, các cạnh và trọng số mỗi đỉnh như trên hình vẽ  Do ta cần chia thành k = 2 thành phần liên thông, nên ta sẽ cần loại bỏ 1 trong 3 cạnh. | Loại bỏ cạnh (3, 4) đi thì đồ thị được chia thành 2 TPLT:  (1): Các đỉnh 1, 2, 3: Tổng trọng số là:  1 + 2 + 3 = 6  (2): Đỉnh 4. Tổng trọng số là 4  TPLT có tổng trọng số nhỏ nhất là (2).  Đây chính là phương án tốt nhất. |

**BÀI 3. ISET**

Cho đồ thị gồm n đỉnh, các đỉnh được đánh số từ 0 đến n – 1, đỉnh thứ i có trọng số wi.

Ban đầu, đồ thị này không có cạnh nào cả. Thực hiện n – 1 lần thêm, lượt thứ i (1 ≤ i ≤ n – 1) thêm đỉnh thứ i vào đồ thị bằng một trong ba loại:

* **Loại 0:** j 0: Nối i với j
* **Loại 1:** j 1: Nối i với các đỉnh kề của j
* **Loại 2:** j 2: Kết hợp của cả hai loại 0 và loại 1, tức là nối i với j và nối i với các đỉnh kề của j.

Sau n – 1 thao tác trên, hãy xác định tập độc lập có tổng trọng số nhỏ nhất. Tập độc lập của đồ thị là tập hợp các đỉnh, sao cho khi chọn 2 đỉnh phân biệt A và B bất kỳ từ tập ấy thì không có cạnh AB

**Input.**

* Dòng đầu chứa số nguyên n là số đỉnh của đồ thị
* Dòng thứ hai là n số nguyên dương w0, w1, …, wn – 1 lần lượt là trọng số các đỉnh
* n – 1 dòng tiếp theo, dòng thứ i (1 ≤ i ≤ n – 1) chứa cách thức thêm đỉnh i vào đồ thị. Mỗi dòng gồm 2 số j và x, trong đó j là đỉnh kết nối và x là loại (x ∈ {0, 1, 2}).

**Output.** Một số nguyên duy nhất là tổng trọng số nhỏ nhất của tập độc lập tìm được

**Ví dụ.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Input** | **Output** |
| 3  1 1 1  0 0  1 0 | 2 |

**Giải thích test**

|  |  |
| --- | --- |
| * Dòng 1 ghi số 3 tức là có 3 đỉnh 0, 1 và 2 * Dòng 2 ghi 3 số 1, 1, 1 tức đây là trọng số của 3 đỉnh. * Ban đầu, đồ thị chưa có cạnh nào, có 3 đỉnh với trọng số như trên hình vẽ | Xét 2 dòng còn lại:   * Dòng 1 chính là thông tin cho đỉnh **1**, 0 0: Loại 0, đỉnh kết nối là 0   🡪Tạo cạnh (1, 0) |
| * Dòng 2 chính là thông tin cho đỉnh 2, ghi là 1 0: Tức là loại 0, đỉnh kết nối là 1   🡪Tạo cạnh (2, 1)   * Đây chính là đồ thị sau cùng | Nhìn trên đồ thị này, ta thấy các tập độc lập hợp lệ là:   * {0}, {1}, {2}: Đều có tổng trọng số là 1 * {0, 2}: Không có cạnh (0, 2) 🡪Tập độc lập. Tổng trọng số là w[0] + w[2] = 1 + 1 = 2 * Tập {0, 1} không được gọi là tập độc lập vì giữa (0, 1) có cạnh nối trực tiếp. * Tập {1, 2} cũng như vậy * Tập {0, 1, 2} thì có 2 cạnh (0, 1) và (1, 2)🡪Vi phạm * **Như vậy, có 4 tập độc lập, tập có tổng trọng số lớn nhất là {0, 2} với tổng trọng số là 2.** |

**Subtask**

* **Subtask 1:** n ≤ 10
* **Subtask 2:** n ≤ 103 và việc thêm đỉnh chỉ sử dụng 1 trong 3 loại
* **Subtask 3:** n ≤ 105

**BÀI 4. ALMPALIN**

Một số được gọi là gần đối xứng nếu trong dạng biểu diễn ở hệ 10 chỉ cần thay đổi không quá một chữ số ta sẽ được dãy ký tự palindrom.

Ví dụ, các số sau đây là số gần đối xứng:

* 1234321: Đã đối xứng, không cần thay ký tự nào
* 1**2**343**1**1**:** Cặp số (2, 1), tương ứng chỉ số(2, 6) đang khác nhau, ta cần thay 1 trong 2 vị trí là được. Ví dụ: 1**1**34311 (a[2] = 2 🡪 1) hoặc 12343**2**1 (a[6] = 1 🡪 2)
* 12**34**21: Thay thành 123321 (a[4] = 4 🡪 3) hoặc 124421 (a[3] = 3 🡪 4)

Còn các số 1234213 và 12345331 không phải là gần đối xứng vì chúng tồn tại 2 cặp bất đối xứng trở lên

Cho số nguyên dương n (n ≤ 1018). Hỏi có bao nhiêu số gần đối xứng trong đoạn [1; n]?

**Input.**

* Gồm vô hạn bộ test, mỗi test ghi trên một dòng một số nguyên n.
* Input kết thúc với dòng chứa số 0

**Output**

Với mỗi bộ test, ghi ra 1 số nguyên duy nhất là số lượng số gần đối xứng đếm được trong đoạn [1; n] trên một dòng

**Ví dụ.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Input** | **Output** |
| 10  1000  1000000  0 | 10  1000  45010 |

**Subtask**

* **Subtask 1 (50%):** n ≤ 106
* **Subtask 2 (50%):** Không có ràng buộc gì thêm

**BÀI 5. QUÀ TẶNG**

Trung thu năm nay, ba bạn An, Bình, Cường lên kế hoạch làm các món quà tặng các bạn thiếu nhi ba miền Bắc, Trung, Nam. Các món quà được làm từ hai loại nguyên liệu: nguyên liệu loại A và nguyên liệu loại B. Nếu một món quà dùng x nguyên liệu loại A và y nguyên liệu loại B (x và y là các số nguyên dương), thì món quà đó có giá trị là 2x – 1.3y - 1. Ba bạn dự định làm các món quà với tổng giá trị là n, giả sử a, b, c tương ứng là tổng giá trị các món quà cho ba miền Bắc, Trung, Nam thì a, b, c thỏa mãn các điều kiện sau:

1. a + b + c = n; 0 < a < b < c;
2. Với mỗi miền, các món quà tạo ra không thể so sánh được với nhau, có nghĩa là không tồn tại hai món quà có giá trị 2x – 1.3y – 1 và 2u – 1.3v - 1mà đồng thời 0 < x ≤ u và 0 < y ≤ v;
3. S(a) + S(b) + S(c) là lớn nhất, trong đó ký hiệu S(p) là tổng các chữ số của p

Cho số nguyên dương n, hãy tìm cách tạo ra các món quà thỏa mãn điều kiện đề bài.

**Input.**

* Dòng đầu tiên ghi số nguyên dương T là số bộ test.
* Mỗi bộ test ghi trên 1 dòng 1 số nguyên dương n

**Output.**

* Với mỗi bộ test, ghi ra đáp án trên 1 dòng. Mỗi dòng có dạng như sau:
* 3 số đầu tiên của dòng là m1, m2 và m3 lần lượt là số lượng quà tạo được cho mỗi miền Bắc, Trung, Nam
* Tiếp theo là m1 số, số thứ i (1 ≤ i ≤ m1) là giá trị của món quà thứ i cho miền Bắc
* Tiếp theo là m2 số, số thứ i (1 ≤ i ≤ m2) là giá trị của món quà thứ i cho miền Trung
* Tiếp theo là m3 số, số thứ i (1 ≤ i ≤ m3) là giá trị của món quà thứ i cho miền Nam
* Với bộ test nào không tồn tại cách tạo quà thoả mãn, ghi -1 cho bộ test đó

**Ví dụ**

|  |  |
| --- | --- |
| **Input** | **Output** |
| 2  9  21 | 1 1 1 2 3 4  1 2 1 6 3 4 8 |

**Subtask**

* **Subtask 1:** n ≤ 103
* **Subtask 2:** n ≤ 105
* **Subtask 3:** n ≤ 1015